

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

以凌波重建法作高解析三度空間正子放射斷層攝影的影像  
重建

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2213-E-038-005-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：臺北醫學大學醫學資訊研究所

計畫主持人：陳祺賢

共同主持人：劉仁賢，張曉芬

計畫參與人員：李佩璇

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 10 月 30 日

# 以凌波重建法作高解析三度空間正子放射斷層攝影的影像重建

## 一、 中英文摘要

近年來醫學影像發展快速，其中核子醫學能夠以非破壞性的方式觀察體內各組織和腦內靜態結構與動態功能。核子醫學中的正子斷層掃描是在病人注入放射性藥物後，偵測正子與電子互毀後所產生的光子，記錄其偶合事件。系統記錄每對偵檢器所偵測到的偶合事件，以條列方式儲存兩偵檢器位置至 list mode 資料中，兩偵檢器間的連線稱為一線對(LOR)。正子斷層掃描系統將 list mode 資料重組分裝後，得到縱切面的 sinogram，經影像重建後可獲得放射性藥物於人體內部的分佈情形，藉由靜態的醫學影像的視覺化與動態功能參數之定量分析，可取得器官組織的切面影像與評估新陳代謝是否異常。

目前重組分裝三維正子斷層掃描之 list mode 資料方法為傅立葉重組分裝法，因 list mode 檔案過於龐大，需要複雜的計算過程與冗長的計算時間。本研究期望在傅立葉重組分裝的過程中將資料取小波轉換，利用可忽略趨近於零小波係數的特性，去除不必要之 list mode 資料，縮減資料量進行重組分裝，減少重組分裝的計算數量並加快計算速度。

本研究在正子斷層掃描 sinogram 重建影像過程中，利用傅立葉-小波正規反迴旋積分理論，同時利用頻域去除高頻雜訊的特性與時頻域去雜訊可保留訊號特徵的優點將 sinogram 中的雜訊濾除，以提高重建影像之 PSNR 值，得到良好的影像品質提供醫師正確的影像資訊予以判讀。

**關鍵詞：** 傅立葉重組分裝，小波轉換，傅立葉-小波正規反迴旋積分

## Abstract

Among various medical imaging devices, positron emission tomography (PET) has the unique capability to quantitate the metabolic activity of tissue and visualization of the body transaxial slice image by measuring radioactive tracers in absolute units in vivo. PET system detect a pair of gamma rays that produce from positron and electron's annihilation, and record the position of detector in list mode data.

The development of three-dimensional (3D) positron emission tomography (PET) in the past decade has significantly improved signal-to-noise ratio (SNR) more than a factor of four. However, the improvement of SNR and spatial resolution both dramatically increase the number of lines of response (LORs), data size and the computational effort of image reconstruction.

In the research project, we tried to reduce the computation effort of 3D PET reconstruction by first analyzing the sinogram data using wavelet transform (WT). Because of the redundancy, most of the coefficients after WT must be close to zero and can be ignored. In addition, Fourier-Wavelet regularized deconvolution was then used to remove noise. By taking the advantages of the somewhat complementary characteristics of WT and Fourier Transform (FT), this procedure could preserve more signal while remove the same amount of noise than that of only either one of the WT or FT applied.

**Keywords:** Fourier Rebinning (FORE), Wavelet transform, Fourier-Wavelet regularized deconvolution.

## 二、緣由與目的

隨著資訊科技的發達，電腦可在短時間內運算龐大的資料量，正子斷層掃描儀偵測光子偶合事件已從二維偵收方式轉換為三維偵收方式。三維偵收將每個環狀偵檢器間的隔板移除，可偵測到相隔數個偵檢環間的偶合事件，增加偶合事件計數量，提高偵測的敏感度，並且可減少受檢體放射性活度的劑量，亦可提高影像的準確度，三維正子斷層掃描不僅儲存了龐大的偶合事件資訊，亦大幅的增加了散射與隨機偶合事件的偵測率，影像背景雜訊亦增加[1]。本計畫第一部份將針對減少三維 PET 影像重建的運算量，加速影像重建速度。第二部份將針對強化重建影像品質進行研究。

### 1. 減少三維 PET 影像重建運算量

傳統三維影像重建是以為重組分裝 (Rebinning) 的方式進行偵收資料的重整，其重組分裝的方法分為單一切面重組分裝法 (Single-Slice Rebinning, SSRB)、多切面重組分裝法 (Multi-Slice Rebinning, MSRB)、傅立葉重組分裝法 (Fourier Rebinning, FORE) [2][3]，其中重建影像以傅立葉重組分裝法之品質較佳，但因為複雜的運算，其重建時間較長。

三維正子斷層掃描系統以  $p(s, \phi, z, \delta)$  表示 LOR 在圓柱掃描儀中的幾何位置，

$$p(s, \phi, z, \delta) = \int_{-\infty}^{\infty} dt f(s \cos \phi + t \sin \phi, s \sin \phi + t \cos \phi, z + t\delta) \quad (1)$$

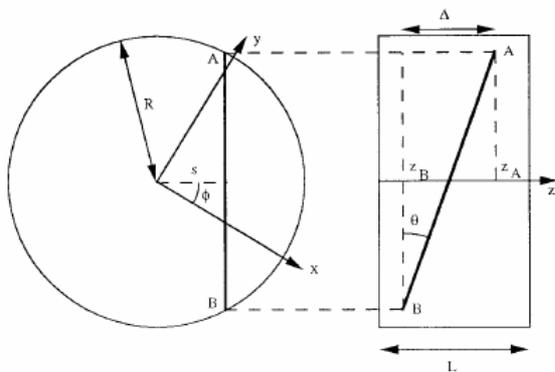


圖 1 環式掃描儀幾何結構

傅立葉重組分裝法將  $p(s, \phi, z, \delta)$  取二

維傅立葉轉換後得到  $P(\omega, k, z, \delta)$ ，以近似方法求得二維 PET 資料，

$$P(\omega, k, z, \delta) \approx P\left(\omega, k, z - \frac{k\delta}{\omega}, 0\right) \quad \text{當 } \left| \frac{k}{\omega} \right| < R_{\Omega}; \quad |k| > k_{\text{lim}}; \quad |\omega| > \omega_{\text{lim}} \quad (2)$$

本計畫將  $P(\omega, k, z, \delta)$  對  $\delta$  取小波轉換 [4] 得到  $P^{a,b}(\omega, k, z)$ ，並對二維 PET 資料  $P(\omega, k, z, 0)$  對  $z$  取小波轉換後得到  $Q^{a,b}(\omega, k, 0)$ ，可推導出下式

$$\begin{aligned} P^{a,b}(\omega, k, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega, k, z, 0) \psi_{a,b}^*(\delta) d\delta \\ &\approx \int_{-\infty}^{\infty} P\left(\omega, k, z - \frac{\delta k}{\omega}, 0\right) \psi_{a,b}^*(\delta) d\delta \\ &= \sqrt{\frac{\omega}{k}} \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega, k, l, 0) \psi_{\frac{ak}{\omega}, \frac{b}{\omega}-z}^*(l) dl \\ &= \sqrt{\frac{\omega}{k}} Q_{\frac{ak}{\omega}, \frac{b}{\omega}-z}(\omega, k, 0) \end{aligned} \quad (3)$$

### 2. 強化重建影像品質

為去除 PET 系統誤判偶合事件所造成 sinogram 上的雜訊，本計畫以傅立葉-小波正規反迴旋積分法 (ForWaRD) [5] 去除 sinogram 中的雜訊。ForWaRD 利用訊號中的雜訊通常分布於頻域中高頻部份之特性，與訊號於時頻域中對保留部份平滑區域表現較佳的兩項優點，將訊號中雜訊有效的濾除並同時使影像不失真。

轉換域去雜訊為利用一縮減參數  $\lambda_k$  去除訊號成份中的雜訊，傅立葉去雜訊 (FoRD) 定義如下，

$$\mathcal{X}_{\lambda^f}^f(f_k) = \mathcal{X}(f_k) \lambda_k^f = X_{\lambda^f}(f_k) + \frac{\Gamma_{\lambda^f}(f_k)}{H(f_k)} \quad (4)$$

傅立葉縮減參數範圍為  $0 < \lambda_k^f < 1$ ，當  $\lambda_k^f$  越接近 1 時，訊號越近似原始訊號，當  $\lambda_k^f$  趨近 0 時，去除大部份的高頻訊號，會造成原始訊號的失真，因此必須找出適當之  $\lambda_k^f$  值，使 ForRD 之去雜訊擁有最佳結果。

小波去雜訊之縮減參數以 hard thresholding[6] 所得定義如下，

$$\lambda_{j,k}^w = \begin{cases} 1, & \text{if } |d_{j,k}^o| > \rho_j T_j \\ 0, & \text{if } |d_{j,k}^o| \leq \rho_j T_j \end{cases} \quad (5)$$

本計畫根據濾波反投影重建原理在 PET 影像重建過程中將 sinogram 於頻域中以 hanning 濾波器與 hamming 濾波器取不同之截止頻率去除雜 sinogram 部份雜訊後再以小波轉換至三階層時頻域中以小波去雜訊法(WaRD)[7]分別將每個尺度取不同臨界值係數  $\rho_j$  過濾趨近於零之小波係數  $d_j$ ，其中臨界值  $T_j$  以各尺度小波係數的正負期望值為依據，其定義如下：

$$d_j' = \lambda_{j,k}^w d_j = \begin{cases} d_j, & \text{if } d_j < \rho_j \overline{d_j^-} \text{ or } d_j > \rho_j \overline{d_j^+} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \overline{d_j^-} &= \frac{1}{N^-} \sum_{k=1}^{N^-} d_{j,k}^- \\ \overline{d_j^+} &= \frac{1}{N^+} \sum_{k=1}^{N^+} d_{j,k}^+ \end{aligned} \quad (7)$$

去除雜訊後之 sinogram 再以反投影法重建影像，為求得最佳之重建影像品質，必須找出適當之  $\rho_j$  值。

## 二、研究結果與討論

本計畫第一部份之研究使用之正子斷層掃描系統為 microPET R4 造影系統，此造影系統擁有 32 個偵檢環，每個偵檢環有 192 個偵檢器[8]。三維 PET 資料重組分裝需將造影系統之 list mode 資料格式轉換為 span=3，最大環差=31 之 sinogram 格式。實驗結果將以假體造影之 list mode 格式轉換 sinogram 格式與造影系統之 sinogram 相互比較後所得之結果如下圖。

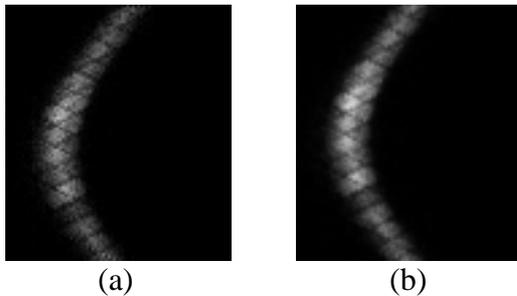


圖 2(a)list mode 轉換 sinogram 格式；(b)系統之 sinogram

本研究第二部份以模擬雜訊假體(圖 2)

結果之 PSNR 值與 microPET R4 假體造影(圖 3)之影像灰階值兩個 ROI 特性曲線之變異數結果評估其重建影像品質。

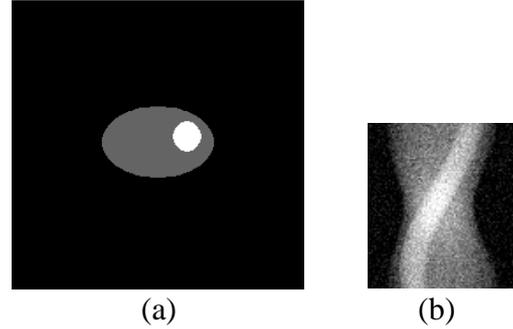


圖 2 (a)模擬影像；(b) sinogram 雜訊影像，白色高斯雜訊  $\sigma=20$

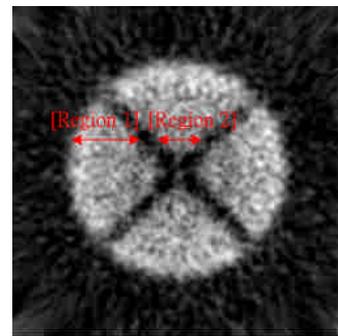
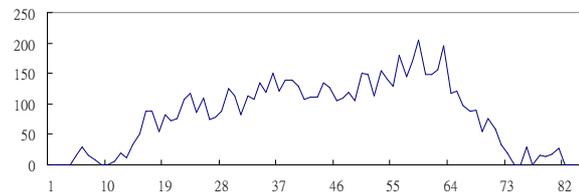


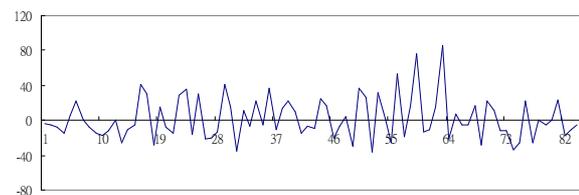
圖 3 microPET R4 假體造影重建影像與影像 ROI

### (1) 模擬雜訊假體

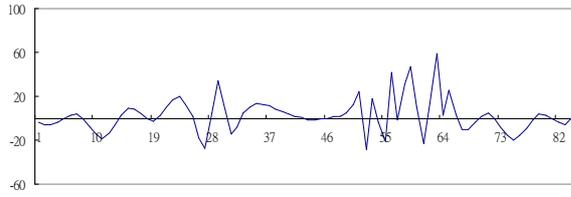
以圖 2 之一維 sinogram 訊號為例(圖 4a)，本研究將訊號於頻域中以 hanning 濾波器截止頻率 Nyquist frequency =0.3 時去除部份雜訊並強化訊號變化劇烈部份(圖 4b)，再以小波去雜訊去除多餘之雜訊(圖 4c)。



(a)



(b)



(c)

圖 4 傅立葉小波轉換去雜訊訊號示意圖

本研究將模擬影像之 sinogram 加入白色高斯雜訊  $\sigma=10$ 、 $15$ 、 $20$ ，經由所提出傅立葉小波去雜訊法重建影像，在頻域中以不同濾波器與截止頻率去除雜訊，並在時頻域中針對不同尺度之臨界權重值  $\rho_j$  求得之 PSNR 值如表所示。PSNR 值愈大表示重建影像愈近似原影像。

表 1 模擬假體高斯雜訊  $\sigma=10$  時，頻域 hanning 濾波器去雜訊之重建影像 PSNR 值

| (WaRD) Threshold weighting (FoRD) cutoff freq. | Only FoRD | $\rho_1=1$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=2$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ |
|--|-----------|--|--|--|--|
| 0.5  | 25.95     | 26.01                                  | 26.48                                  | 26.73                                  | 26.84                                  |
| 0.4  | 26.48     | 26.53                                  | 26.88                                  | 27.01                                  | 27.15                                  |
| 0.3  | 27.23     | 27.24                                  | 27.36                                  | 27.40                                  | 27.46                                  |

表 2 模擬假體高斯雜訊  $\sigma=10$  時，頻域 hanning 濾波器去雜訊之重建影像 PSNR 值

| (WaRD) Threshold weighting (FoRD) cutoff freq. | Only FoRD | $\rho_1=1$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=2$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ |
|--|-----------|--|--|--|--|
| 0.5  | 25.85     | 25.92                                  | 26.38                                  | 26.70                                  | 26.80                                  |
| 0.4  | 26.35     | 26.40                                  | 26.77                                  | 26.92                                  | 27.06                                  |
| 0.3  | 27.08     | 27.09                                  | 27.27                                  | 27.34                                  | 27.40                                  |

表 3 模擬假體高斯雜訊  $\sigma=15$  時，頻域 hanning 濾波器去雜訊之重建影像 PSNR 值

| (WaRD) Threshold weighting (FoRD) cutoff freq. | Only FoRD | $\rho_1=1$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=2$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ |
|--|-----------|--|--|--|--|
| 0.5  | 24.12     | 24.26                                  | 24.85                                  | 25.34                                  | 25.60                                  |
| 0.4  | 24.76     | 24.87                                  | 25.40                                  | 25.65                                  | 25.90                                  |
| 0.3  | 25.78     | 25.87                                  | 26.23                                  | 26.21                                  | 26.42                                  |

| (FoRD) cutoff freq. |       | $\rho_1=1$ | $\rho_1=1$ | $\rho_1=1$ | $\rho_1=1$ |
|---------------------|-------|------------|------------|------------|------------|
| 0.5                 | 24.12 | 24.26      | 24.85      | 25.34      | 25.60      |
| 0.4                 | 24.76 | 24.87      | 25.40      | 25.65      | 25.90      |
| 0.3                 | 25.78 | 25.87      | 26.23      | 26.21      | 26.42      |

表 4 模擬假體高斯雜訊  $\sigma=15$  時，頻域 hanning 濾波器去雜訊之重建影像 PSNR 值

| (WaRD) Threshold weighting (FoRD) cutoff freq. | Only FoRD | $\rho_1=1$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=2$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ |
|--|-----------|--|--|--|--|
| 0.5  | 24.01     | 24.16                                  | 24.74                                  | 25.27                                  | 25.52                                  |
| 0.4  | 24.59     | 24.73                                  | 25.27                                  | 25.56                                  | 25.81                                  |
| 0.3  | 25.56     | 25.65                                  | 26.01                                  | 26.11                                  | 26.32                                  |

表 5 模擬假體高斯雜訊  $\sigma=20$  時，頻域 hanning 濾波器去雜訊之重建影像 PSNR 值

| (WaRD) Threshold weighting (FoRD) cutoff freq. | Only FoRD | $\rho_1=1$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=2$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ |
|--|-----------|--|--|--|--|
| 0.5  | 22.57     | 22.73                                  | 23.45                                  | 23.88                                  | 24.17                                  |
| 0.4  | 23.26     | 23.41                                  | 24.07                                  | 24.32                                  | 24.64                                  |
| 0.3  | 24.43     | 24.54                                  | 25.01                                  | 25.07                                  | 25.29                                  |

表 6 模擬假體高斯雜訊  $\sigma=20$  時，頻域 hanning 濾波器去雜訊之重建影像 PSNR 值

| (WaRD) Threshold weighting (FoRD) cutoff freq. | Only FoRD | $\rho_1=1$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=2$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=1$<br>$\rho_3=1$ | $\rho_1=3$<br>$\rho_2=2$<br>$\rho_3=1$ |
|--|-----------|--|--|--|--|
| 0.5  | 22.45     | 22.59                                  | 23.34                                  | 23.78                                  | 24.07                                  |
| 0.4  | 23.08     | 23.24                                  | 23.91                                  | 24.19                                  | 24.49                                  |
| 0.3  | 24.17     | 24.29                                  | 24.81                                  | 24.93                                  | 25.21                                  |

由模擬假體去雜訊結果可得，當傅立葉去雜訊之頻率截止頻率越小時，且當小波去雜訊之第一階臨界值越大時，重建影像越接近原始影像。以 hanning 濾波器結果

較 hamming 濾波後結果佳。

## (2) microPET R4 假體造影

將假體造影所得之 sinogram 以上述方法重建影像去除雜訊後所得之重建影像灰階值兩個 ROI 區域之變異數評估結果如下表所示。ROI 變異數愈小表示此區域灰階值愈平均，影像品質愈佳。

表 7 以 hanning 濾波器重建影像 region 1 之變異數

| (WaRD) Threshold weighting<br>(FoRD) cutoff freq. | Only  | $\rho=1$ | $\rho=2$ | $\rho=3$ | $\rho=3$ |
|---|-------|----------|----------|----------|----------|
|   | FoRD  | $\rho=1$ | $\rho=2$ | $\rho=1$ | $\rho=2$ |
|   |       | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ |
| 0.5   | 24.04 | 23.42    | 20.13    | 18.82    | 20.40    |
| 0.4   | 23.92 | 22.31    | 22.80    | 19.09    | 20.15    |
| 0.3   | 23.84 | 23.09    | 18.42    | 19.05    | 18.39    |

表 8 以 hamming 濾波器重建影像 region 1 之變異數

| (WaRD) Threshold weighting<br>(FoRD) cutoff freq. | Only  | $\rho=1$ | $\rho=2$ | $\rho=3$ | $\rho=3$ |
|---|-------|----------|----------|----------|----------|
|   | FoRD  | $\rho=1$ | $\rho=2$ | $\rho=1$ | $\rho=2$ |
|   |       | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ |
| 0.5   | 24.07 | 24.17    | 22.76    | 19.60    | 22.67    |
| 0.4   | 23.91 | 22.59    | 20.07    | 19.63    | 20.73    |
| 0.3   | 23.70 | 21.74    | 19.57    | 18.91    | 18.49    |

表 9 以 hanning 濾波器重建影像 region 2 之變異數

| (WaRD) Threshold weighting<br>(FoRD) cutoff freq. | Only  | $\rho=1$ | $\rho=2$ | $\rho=3$ | $\rho=3$ |
|---|-------|----------|----------|----------|----------|
|   | FoRD  | $\rho=1$ | $\rho=2$ | $\rho=1$ | $\rho=2$ |
|   |       | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ |
| 0.5   | 18.78 | 18.14    | 16.50    | 17.37    | 17.51    |
| 0.4   | 15.59 | 16.14    | 16.54    | 16.93    | 17.51    |
| 0.3   | 12.42 | 14.93    | 14.28    | 16.30    | 15.11    |

表 10 以 hamming 濾波器重建影像 region 2 之變異數

| (WaRD) Threshold weighting<br>(FoRD) | Only | $\rho=1$ | $\rho=2$ | $\rho=3$ | $\rho=3$ |
|--------------------------------------|------|----------|----------|----------|----------|
|                                      | FoRD | $\rho=1$ | $\rho=2$ | $\rho=1$ | $\rho=2$ |
|                                      |      | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ |

| cutoff freq. |       | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ | $\rho=1$ |
|--------------|-------|----------|----------|----------|----------|
| 0.5          | 19.32 | 19.16    | 16.00    | 17.59    | 17.28    |
| 0.4          | 16.36 | 16.09    | 16.11    | 17.11    | 16.85    |
| 0.3          | 13.08 | 16.45    | 15.32    | 18.14    | 17.11    |

由 microPET R4 假體造影結果之 ROI 變異數結果可得，當傅立葉去雜訊之截止越小時結果越佳，且小波去雜訊後之變異數亦明顯的改善，使重建影像的 ROI 結果越平滑。

## 四、計畫成果自評

由於 microPET R4 廠商並未提供其詳細資料格式，因此本研究將 list mode 轉換為 sinogram 後之結果與系統之 sinogram 有些微差異，必須得到確切知系統參數才可有精確之結果。

第二部份本研究 ForWaRD 之去雜訊結果較原始濾波反投影之 PET 重建影像良好之影像品質，可有效的抑制雜訊，並且保持影像原始特性不失真。另外可再做進一步的修正，找出適當之頻域截止頻率與小波係數臨界值，以得到最佳之結果。

## 五、參考文獻

1. J. G. Colsher, "Fully-three-dimensional positron emission tomography," Phys. Med. Bio. Vol.25, p.103-115, 1980.
2. M. Defrise, P.E. Kinahan, D.W. Townsend, "Exact and Approximate Rebinning Algorithms for 3-D PET Data," IEEE Trans. Med. Imag. Vol. 16, pp. 145-158. April 1997.
3. M. Defrise, X. Liu, "A fast rebinning algorithm for 3D positron emission tomography using John's equation," Inv. Prob., Vol. 15, pp. 1047-1065, 1999.
4. S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, 2<sup>nd</sup> Edition, Academic Press, San Diego, 2001.
5. Ramesh Neelamani, Hyeokho Choi, Richard Baraniuk, "ForWaRD: Fourier- Wavelet Regularized Deconvolution for Ill-Conditioned Systems," IEEE Transactions on signal processing, Vol. 52, NO. 2, February, 2004.
6. H. Gao, A. G. Bruce, "Waveshrink with firm shrinkage," Statistica Sinica, Vol. 7, pp. 885-875, 1997.
7. S. Ghael, A. M. Sayeed, R. G. Baraniuk, "Improved wavelet denoising via empirical Wiener filtering," Proc. SPIE, Applications in Signal and Image Processing V, Vol. 3169, pp.

389-399, Oct, 1997.

8. C. Knoess, S. Siegel, A. Smith, D. Newprot, N. Richerzhagen, A. Winkeler, A. Jacobs, R.N. Goble, R. Graf, K. Wienhard, W.D. Heiss, "*Performance evaluation of the microPET R4 PET scanner for rodents*," Eur J Nucl Med Mol Imaging, Vol.30, pp. 737-747, May 2003.